

NETWORK (ŞEBEKE, AĞ) MODELLERİ [AĞ OPTİMİZASYONU MODELLERİ]

b) En kısa altyapı (En küçük yayılma) problemleri, Minimum kapsayan ağaç problemi (Minimum spanning tree)

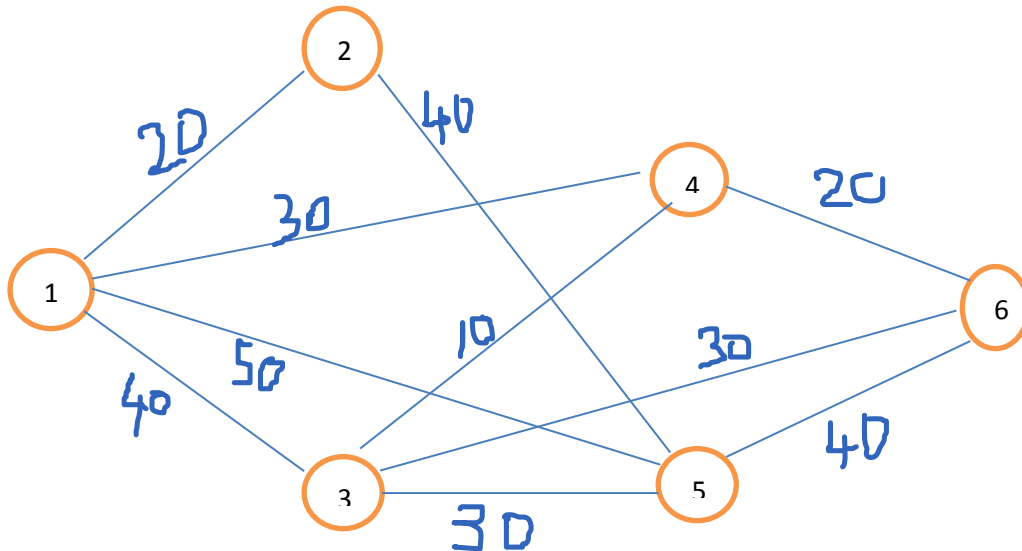
Burada amaç, her bir nokta(düğüm) çiftleri arasında en kısa yolu bularak şebeke içinde toplam en kısa uzaklığı sağlayan yolu bulmaktır. Bunun için aşağıdaki adımlar izlenir:

1. Şebeke içinde rastgele bir nokta seçilerek, kendisine en yakın nokta ile birleştirilip bağlantı oluşturulur En kısa mesafede birden fazla nokta varsa, istenilen bir tanesi seçilebilir.
2. Birleştirilmiş noktalara en yakın birleştirilmemiş nokta bulunarak, bu iki nokta birleştirilir.
3. Tüm noktalar birleştirilinceye kadar işlemler tekrarlanır.

Başlangıç noktasının rasgele seçimi, minimum yayılma uzaklığının bulunmasını etkilemez.

NOT: En kısa yol problemi için, seçilen bağlantılar başlangıçtan varışa bir yol sağlamalıdır. Minimum kapsayan ağaç problemi için, seçilen bağlantılar her düğüm çifti arasında bir yol sağlamalıdır.

Örnek. Aşağıdaki ağda yer alan noktalar arasındaki erişimi sağlayacak ve toplam uzunluğu minimum olacak alt yapıyı belirleyelim. (Erdem, İ. 2017, s.292)



Başlangıç noktasını 1 olarak alalım. 1'e en yakın nokta(en kısa mesafedeki nokta) 2 dir. 1 ile 2 arasında bağlantı oluşturuldu.

1 yada 2'ye en yakın (en kısa uzunlukta) olan noktalara bakacağız.

1 noktası; 3,4,5 ile bağlanabilirken en yakın mesafe 4 ile olan 30'dur.

2 noktası sadece 5 ile bağlanabilir ve mesafe 40'tır.

O halde 1 noktası 4 ile bağlanır.

1, 2 ve 4 noktalarına en yakın olan **bağlanmamış noktalara bakacağız.**

1'e en yakın mesafede olan 3 noktası, 2'ye en yakın mesafede olan 5 noktası, 4'e en yakın mesafede olan 3 noktasıdır.

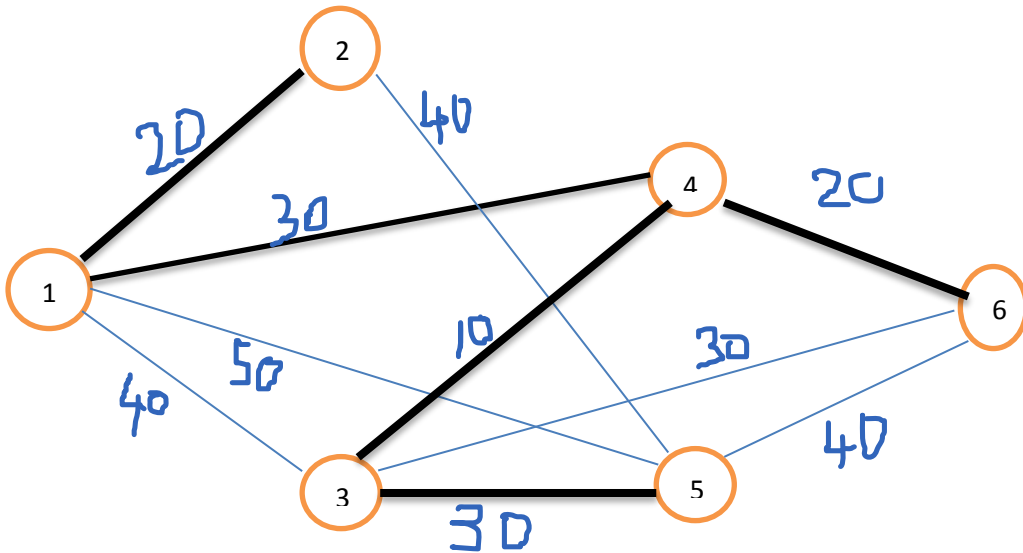
O halde 4 noktası 3 ile bağlanır.

1, 2, 3 ve 4 noktalarına en yakın olan **bağlanmamış noktalara bakacağız.**

İnceleme yapıldığında 4 noktası 6 ile bağlanır.

Bağlanmamış nokta olarak sadece 5 noktası kalmıştır.

Aynı düşünceyle 5 noktası da 3 noktası ile bağlanır.



Tüm noktalar arasında bağlantı sağlanmıştır. Yani alt yapı oluşturulmuştur. Toplam en kısa uzaklık ise $20+30+10+30+20=110$ olarak elde edilir.

Excel QM çözümü. (Network models, minimum spanning tree)

Data				Results	
Branch name	Start node	End node	Cost	Include	Cost
Branch 1	1	2	20	1	20
Branch 2	1	3	40		
Branch 3	1	4	30	1	30
Branch 4	1	5	50		
Branch 5	2	5	40		
Branch 6	3	4	10	1	10
Branch 7	3	5	30	1	30
Branch 8	3	6	30		
Branch 9	4	6	20	1	20
Branch 10	5	6	40		
				Sum	110
Iterations					
Branch 1	1	2	20		
Branch 3	1	4	30		
Branch 6	3	4	10		
Branch 9	4	6	20		
Branch 7	3	5	30		

Örnek. Bursa Belediyesi il sınırları içinde boş bir alanı turizm hizmetine açmak istemektedir. Söz konusu alanda otobüslerin belirli yerleşim noktalarına gidebilmesi gerekmekte ve belediye otobüslerine en kısa zamanda gidebilecekleri yolu yapmak istemektedir. Beş yerleşim noktası ve bunlar arasındaki uzaklıklar (km) aşağıdaki tabloda verilmiştir. Belediye amacına ulaşabilmek için nasıl yollar yapmalıdır? (Öztürk, A. 2011, s.391)

	Palmiye	Kayalık	Çağlayan	Huzur	Ormanlık
Palmiye	-	7.1	19.5	19.1	25.7
Kayalık	7.1	-	8.3	16.2	13.2
Çağlayan	19.5	8.3	-	18.1	5.2
Huzur	19.1	16.2	18.1	-	17.2
Ormanlık	25.7	13.2	5.2	17.2	-

Çözüm. P-K, K-Ç, Ç-O, K-H 36.8 km.

Data				Results	
Branch name	Start node	End node	Cost	Include	Cost
Branch 1	1	2	7,1	1	7,1
Branch 2	1	3	19,5		
Branch 3	1	4	19,1		
Branch 4	1	5	25,7		
Branch 5	2	3	8,3	1	8,3
Branch 6	2	4	16,2	1	16,2
Branch 7	2	5	13,2		
Branch 8	3	4	18,1		
Branch 9	3	5	5,2	1	5,2
Branch 10	4	5	17,2		
				Sum	36,8
Iterations					
Branch 1	1	2	7,1		
Branch 5	2	3	8,3		
Branch 9	3	5	5,2		
Branch 6	2	4	16,2		

Örnek. (Çebi, F., Kocakoç, İ.D., 2019, s.384)

c) Maksimum akış (En yüksek akış) problemleri (Maximal flow)

Bir ağda yer alan başlangıç(source) noktasından bitiş(sink) noktasına gönderilebilecek akışı maksimum yapmayı amaçlayan problem türlerine, maksimum akış problemleri denir.

Bu tür problemlerde, noktalar arasındaki bağlantıların akış yönündeki kapasitelerinin bilinmesi gerekir. İki nokta arasındaki kapasiteler, bağlantının iki ucuna yerleştirilen rakamlarla gösterilir. Rakam, bağlantı noktalarından hangisinin yanındaysa o noktadan diğerine akış kapasitesi olarak okunur. Örneğin; aşağıdaki şekilde i noktasının yanındaki 12 rakamı, bu bağlantıda i'den j'ye akış kapasitesinin 12 birim olduğunu belirtir.



Benzer biçimde 8 rakamı, j'den i'ye akış kapasitesinin 8 birim olduğunu belirtmektedir.

Maksimum akış algoritması:

Adım 1. Başlangıçtan bitişe akış yönünde pozitif akışa olanak verecek bir bağlantılar dizisi belirlenir. Belirlenen bu bağlantılar dizisinin taşıyabileceği maksimum akış miktarı olan P_j ;

$$P_j = \text{Min} \{ \text{bağlantılar dizisinde yer alan ve akış yönündeki mevcut kapasiteler} \}$$

ile hesaplanır.

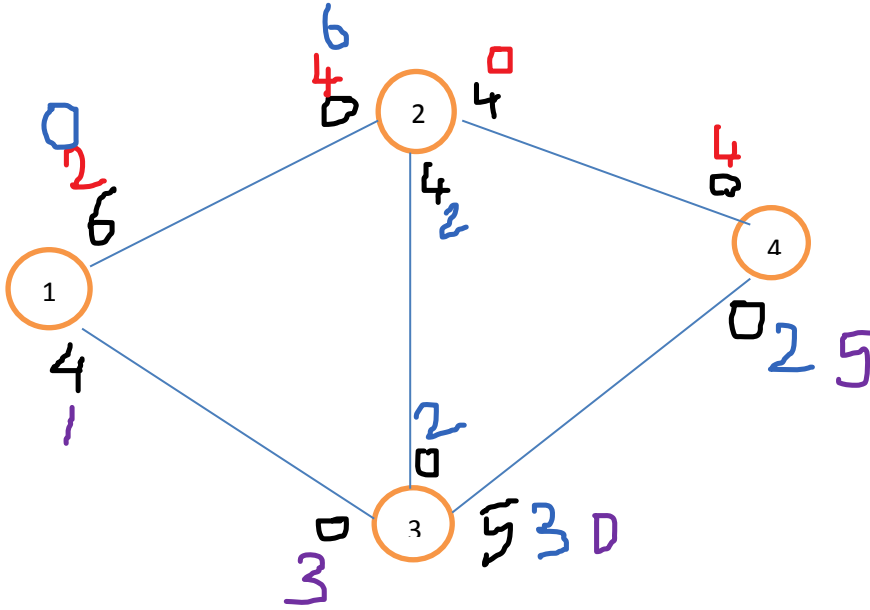
Adım 2. Adım 1'de hesaplanan P_j maksimum akış miktarı, bağlantılar dizisinde yer alan bağlantıların akış yönündeki mevcut kapasitelerinden çıkarılır, ters yöndeki kapasitelere eklenir.

Adım 3. Pozitif akışa olanak verecek tüm bağlantılar için Adım 1 ve Adım 2 tekrarlanır. Hiç pozitif akış mümkün olmadığında durulur ve adım 4'e gidilir.

Adım 4. Toplam maksimum akış = $\sum P_j$ ile elde edilir.

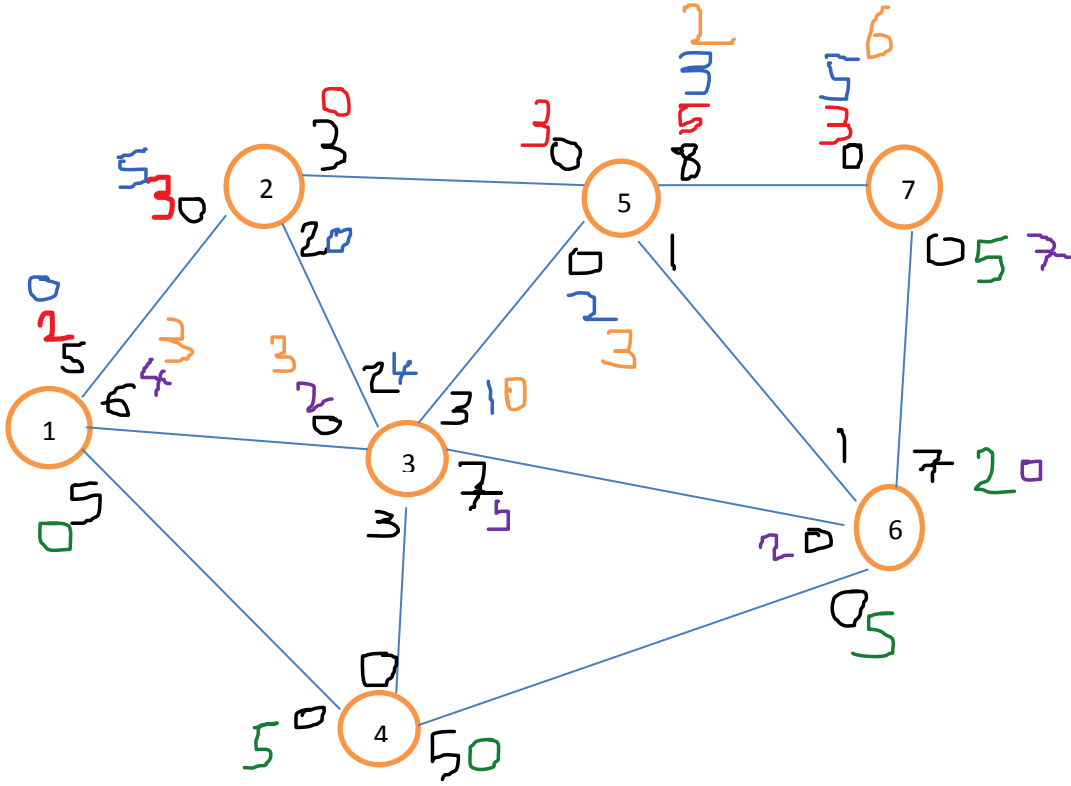
Örnek. Bir şirketin dört dağıtım merkezi vardır. 1 nolu merkezden 4 nolu merkeze gönderilebilecek maksimum akış miktarını belirleyiniz. Gerekli bilgiler şebeke diyagramında görülmektedir. (Öztürk, A. 2011, s.402)

(Aşağıdaki ağda yer alan bağlantıları kullanarak 1 numaralı noktadan 4 numaralı noktaya taşınabilecek maksimum toplam akış miktarını belirleyiniz.)



İterasyon	Bağlantı zinciri	Zincirdeki mevcut kapaiteler	P_j
1	1-2-4	6 , 4	$P_1 = \text{Min} \{ 6, 4 \} = 4$
2	1-2-3-4	2 , 4 , 5	$P_2 = \text{Min} \{ 2, 4, 5 \} = 2$
3	1-3-4	4, 3	$P_3 = \text{Min} \{ 4, 3 \} = 3$
Maksimum akış miktarı			9 birim

Örnek. Aşağıdaki ağda yer alan bağlantıları ve bağlantı kapasitelerini kullanarak 1 numaralı noktadan 4 numaralı noktaya taşınabilecek maksimum toplam akış miktarını belirleyiniz. (Erdem, İ., 2017, s.298)



İterasyon	Bağlantı zinciri	Zincirdeki mevcut kapasiteler	P_j
1	1-2-5-7	5, 3, 8	$P_1 = \text{Min} \{ 5, 3, 8 \} = 3$ ✓
✓ 2	1-2-3-5-7	2, 2, 3, 5	$P_2 = \text{Min} \{ 2, 2, 3, 5 \} = 2$ ✓
✓ 3	1-4-6-7	5, 5, 7	$P_3 = \text{Min} \{ 5, 5, 7 \} = 5$ ✓
✓ 4	1-3-6-7	6, 7, 2	$P_4 = \text{Min} \{ 6, 7, 2 \} = 2$ ✓
✓ 5	1-3-5-7	4, 1, 3	$P_5 = \text{Min} \{ 4, 1, 3 \} = 1$ ✓
Maksimum akış miktarı			13 birim

14 olacak. Tekrar bak.

Data					Results
Branch name	Start node	End node	Capacity	Reverse Capacity	Flow
Branch 1	1	2	5	0	5
Branch 2	1	3	6	0	6
Branch 3	1	4	5	0	3
Branch 4	2	3	2	2	2
Branch 5	2	5	3	0	3
Branch 6	3	4	3	0	2
Branch 7	3	5	3	0	3
Branch 8	3	6	7	0	6
Branch 9	4	6	5	0	5
Branch 10	5	6	1	1	
Branch 11	5	7	8	0	7
Branch 12	6	7	7	0	7
					14
					Maximum network flow
Iterations					
1->3->6->7					
1->2->5->7					
1->4->6->3->5->7					
1->2->3->4->6->5->7					
1->2->3->4->6->7					

KAYNAKLAR

Çebi, F., Karakoç D., İ., (2019). “Yöneylem araştırmasına Giriş”, Nobel Akademik Yayıncılık, Ankara.(Çeviri: Introduction to Operations Reseach, Tenth edition, Hiller F.S., Lieberman, G. J. 2015)

Erdem, İ. (2017). “İşletmede Sayısal Yöntemler ve WINQSB uygulamaları”, Seçkin yayıncılık, Ankara.

Öztürk, A. (2009).).” Yöneylem Araştırması”, Ekin Basın Yayın Dağıtım, Bursa.

Taha, A. Hamdy (2018).” Yöneylem Araştırması”, Literatür yayınları, 6. Basımdan çeviri, Çeviren ve uyarlayanlar: Baray, Ş.A. ve Esnaf, Ş.